

167

II

Total No. of Questions - 24

Regd.

Total No. of Printed Pages - 4

No.

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Part - III
MATHEMATICS, Paper - I (A)
(Telugu Version)

Time : 3 Hours]

[Max. Marks : 75

గమనిక : ఈ ప్రశ్నపత్రంలో A, B, C అను మూడు విభాగములున్నాయి.

విభాగము - A

I. "అతి స్వల్ప" సమాధాన ప్రశ్నలు.

10 × 2 = 20

(i) అన్ని ప్రశ్నలకు జవాబులు వ్రాయుము.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు రెండు మార్కులు.

1. $f : \mathbb{R} - \{\pm 1\} \rightarrow \mathbb{R}$ ను $f(x) = \log \left| \frac{1+x}{1-x} \right|$ గా నిర్వచిస్తే, $f\left(\frac{2x}{1+x^2}\right) = 2f(x)$ అని చూపండి.

2. వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం $f(x) = \sqrt{x^2 - 25}$ ప్రదేశం కనుక్కోండి.

3. $A = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ అయితే $A + A^T$, AA^T లను కనుక్కోండి.

4. మాత్రిక $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ కోటి కనుక్కోండి.

5. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j}$ అనుకోండి. $\vec{a} + \vec{b}$ దిశలో యూనిట్ సదిశను కనుక్కోండి.

6. $(0, 0, 0)$, $(0, 5, 0)$, $(2, 0, 4)$ బిందువుల గుండా పోయే తలం సదిశా సమీకరణాన్ని కనుక్కోండి.

7. $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ అయితే $\vec{a} + \vec{b}$, $\vec{a} - \vec{b}$ సదిశలు వరస్పరం లంబంగా ఉంటాయని చూపండి.

8. $\sec \theta + \tan \theta = \frac{2}{3}$ అయితే, $\sin \theta$ విలువను కనుక్కోండి.

9. A అనేది $\frac{\pi}{2}$ పూర్ణాంక గుణిజం కాకపోతే $\tan A + \cot A = 2 \operatorname{cosec} 2A$ అని చూపండి.

10. $\cosh x = \frac{5}{2}$ అయితే, (i) $\cosh(2x)$, (ii) $\sinh(2x)$ విలువలు కనుక్కోండి.

విభాగము - B

II. "స్వల్ప" సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 4 = 20

(i) ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానము వ్రాయండి.

(ii) ప్రతి ప్రశ్నకు నాలుగు మార్కులు.

11. $\theta - \phi = \frac{\pi}{2}$ అయితే $\begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \cos \theta \sin \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 \phi & \cos \phi \sin \phi \\ \cos \phi \sin \phi & \sin^2 \phi \end{bmatrix} = 0$ అని చూపండి.

12. ABCDEF క్రమ పద్ధతి కేంద్రం 'O' అయితే $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + \vec{AE} + \vec{AF} = 3\vec{AD} = 6\vec{AO}$ అని చూపండి.

13. $\bar{a} = 4\bar{i} + 5\bar{j} - \bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} - 4\bar{j} + 5\bar{k}$, $\bar{c} = 3\bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$ అనుకొందాం. \bar{a} మరియు \bar{b} లు రెండింటికీ లంబంగా ఉంటూ $\bar{\alpha} \cdot \bar{c} = 21$ అయ్యేలా ఉండే $\bar{\alpha}$ ను కనుక్కోండి.

14. $\cos^2 76^\circ + \cos^2 16^\circ - \cos 76^\circ \cos 16^\circ = \frac{3}{4}$ అని చూపండి.

15. $\sqrt{2} (\sin x + \cos x) = \sqrt{3}$ సాధించండి.

16. $\cos \left(2 \tan^{-1} \frac{1}{7} \right) = \sin \left(2 \tan^{-1} \frac{3}{4} \right)$ అని రుజువు చేయండి.

17. $a^2 \cot A + b^2 \cot B + c^2 \cot C = \frac{abc}{R}$ అని ఒక త్రిభుజం నందు చూపండి.

విభాగము - C

III. "దీర్ఘ" సమాధాన ప్రశ్నలు.

5 × 7 = 35

(i) ఏదేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలివ్వండి.

(ii) ఒక్కొక్క ప్రశ్నకు ఏడు మార్కులు.

18. $f : A \rightarrow B$ అనుకొందాం. f ద్విగుణ ప్రమేయం కావడానికి $f \circ g = I_B$, $g \circ f = I_A$ అయ్యేటట్లు $g : B \rightarrow A$ ద్విగుణ ప్రమేయం వ్యవస్థితమవడం తుల్యం. ఈ సందర్భంలో $g = f^{-1}$.

19. గణితాను గమన వద్దతిని ఉపయోగించి ప్రతీ $n \in \mathbb{N}$ కు $3.5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ ను 17 భాగిస్తుంది అని చూపండి.

20.
$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3$$
 అని చూపండి.

21. గౌస్ - జోర్డాన్ పద్ధతిన ఈ క్రింది సమీకరణ వ్యవస్థను సాధించండి.

$$x + y + z = 1, \quad 2x + 2y + 3z = 6, \quad x + 4y + 9z = 3.$$

22. $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$ సదిశలకు $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \neq (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ అని సరిచూడండి.

23. A, B, C లు త్రిభుజ కోణాలయితే

$$\sin^2 \frac{A}{2} + \sin^2 \frac{B}{2} - \sin^2 \frac{C}{2} = 1 - 2 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \sin \frac{C}{2}$$
 అని చూపండి.

24. ΔABC లో $r + r_3 + r_1 - r_2 = 4R \cos B$ అని చూపండి.